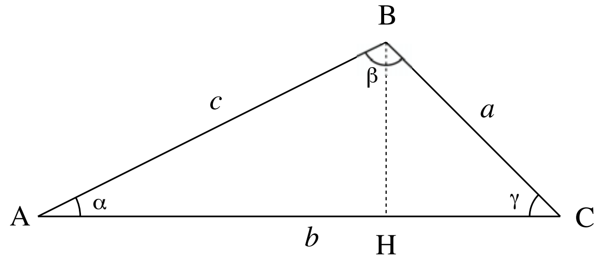
Thème 11: Trigonométrie II

11.1 Trigonométrie dans le triangle quelconque

Introduction : Dans ce paragraphe, on considère un triangle quelconque ABC et on désigne ses angles α, β et γ et ses côtés par a, b et c.

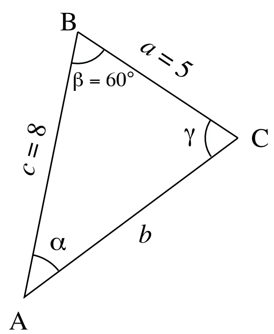


Les théorèmes ci-dessous permettent de résoudre un triangle quelconque

Théorème du cosinus : (Pythagore généralisé) Dans tout triangle ABC, on a les relations suivantes :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos(\alpha)$$
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot \cos(\beta)$$
$$c^2 = \ldots^2 + \ldots^2 - 2\ldots\ldots \cdot \cos(\ldots)$$

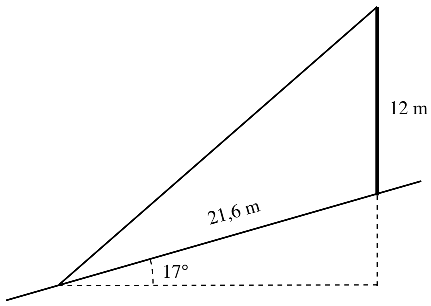
Modèle 1 : Dans le triangle ci-contre, déterminer b, α et γ



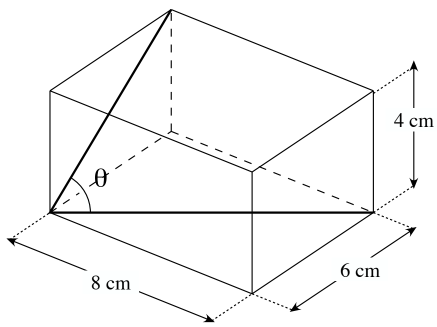
Exercice 11.1: Pour calculer la distance entre deux points A et B, un géomètre choisit un point C qui est à 420 m de A et 540 m de B. Si l'angle ACB a une mesure de 63,2°, calculer la distance séparant A et B

Exercice 11.2: Un parallélogramme a des côtés de 30 cm et de 70 cm et un angle de 65°. Calculer la longueur de chaque diagonale.

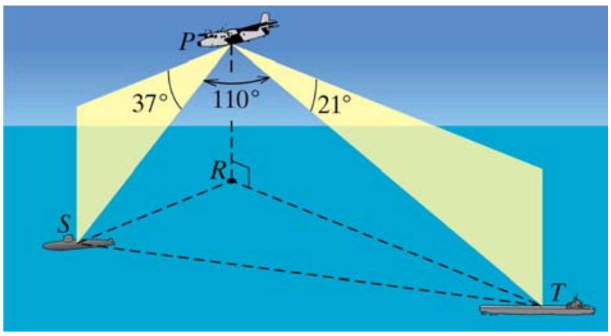
Exercice 11.3: Un poteau haut de 12 m est planté sur le flanc d'une colline qui forme un angle de 17° avec l'horizontale. Calculer la longueur minimale d'un câble tendu entre le sommet du poteau et un point en contrebas distant de 21,6 m de la base du poteau.



Exercice 11.4: Calculer l'angle θ formé par les deux diagonales de la boîte représentée ci-dessous.



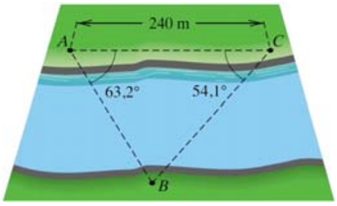
Exercice 11.5: Un avion de reconnaissance P, volant à 3000 m au-dessus d'un point R à la surface de l'eau, détecte un sous-marin S avec un angle de dépression de 37° et un bateau de ravitaillement T avec un angle de dépression de 21°, comme le montre la figure. De plus, $\angle SPT$ est mesuré à 110°. Calculer la distance entre le sous-marin et le bateau de ravitaillement.



Théorème du sinus : Si ABC est un triangle quelconque, annoté selon l'usage, alors :

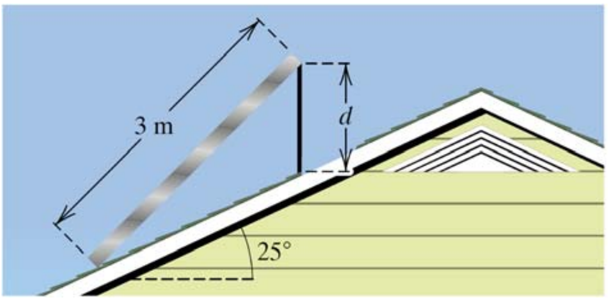
$$\frac{a}{\sin(\alpha)} = \frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)}$$

Modèle 13 : Pour calculer la distance séparant deux points A et B situés sur les rives opposées d'un fleuve, un géomètre définit un segment de droite AC de 240 m le long d'une des rives. Il détermine que les mesures des angles $\angle BAC$ et $\angle ACB$ sont respectivement de 63,2° et 54,1°. Calculer la distance entre A et B.



Exercice 11.6: Pour déterminer la distance séparant deux points A et B, un géomètre choisit un point C qui se situe à 375 m de A et à 530 m de B. Si $\angle BAC$ mesure 49,5°, calculer la distance entre A et B.

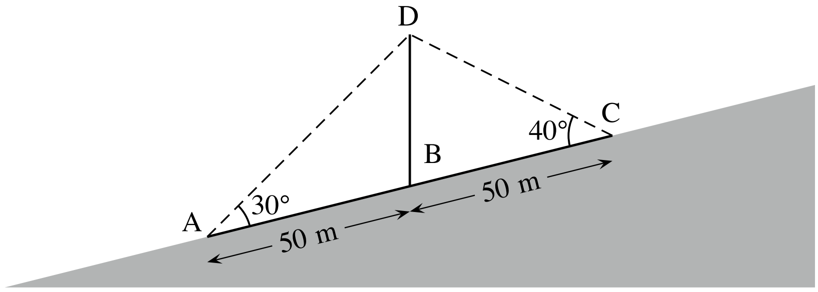
Exercice 11.7: La figure représente un panneau solaire de 3 m de haut qui doit être fixé sur un toit qui forme un angle de 25° avec l'horizontale. Calculer la longueur d du support afin que le panneau fasse un angle de 45° avec l'horizontale.



11.9 Un petit mélange du tout…

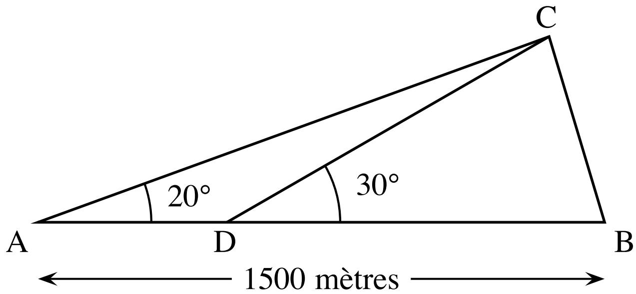
Exercice 11.8: Un mât, situé au flanc d'une colline, est retenu par deux câbles comme sur la figure. Les points d'ancrage des câbles (A et C) sont situés à 50 mètres de part et d'autre du pied du mât (point B). Le câble aval AD forme un angle de 30° avec la colline tandis que le câble amont CD forme un angle de 40° avec la colline.

a) Déterminer l'angle $\angle ADC$. Calculer alors la longueur des câbles AD et CD.
b) Quelle est la hauteur du mât BD ?



Source : Examen ECGC Chamblande 2011

Exercice 11.9: D'un point A, on aperçoit, en terrain plat, un point B situé à 1500 mètres de A, et, sur la gauche, un point C.



On mesure depuis A l'angle sous lequel on voit BC : $\angle BAC = 20°$. On marche alors en direction de B jusqu'au point D situé au tiers de AB. On mesure à nouveau l'angle sous lequel on voit BC, cette fois depuis B : $\angle BDC = 30°$.

a) Calculer la distance de D à C, puis celle de B à C.
b) Quelle est l'aire du triangle BCD ?

Source : Examen ECGC Chamblande 2010