

## Annexe du chapitre 1: Généralités sur les fonctions

### A.1 Les fonctions paires et impaires:



**Définition:** Une fonction  $f$  est dite **paire** si elle vérifie les 2 conditions suivantes:

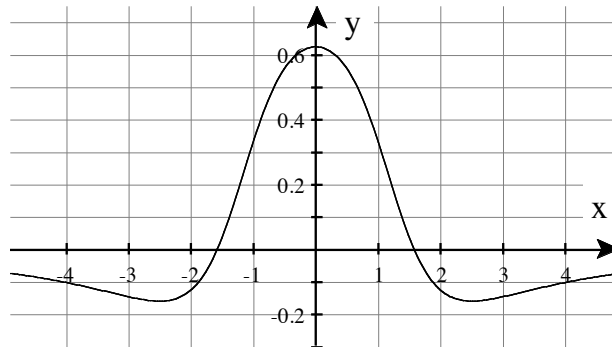
- son ensemble de définition est symétrique par rapport à l'origine,
- $f(-x) = f(x)$  pour tout  $x$  dans  $E_D$ .

**Exemple:**

La fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{-2x^2 + 5}{x^4 + 8}$  est paire. En effet  $E_D = \mathbb{R}$  (donc symétrique) et

$$f(-x) = \frac{-2(-x)^2 + 5}{(-x)^4 + 8} = \frac{-2x^2 + 5}{x^4 + 8} = f(x)$$

On peut constater que le graphe d'une fonction paire est **symétrique par rapport à l'axe  $Oy$** .



**Définition:** Une fonction  $f$  est dite **impaire** si elle vérifie les 2 conditions suivantes:

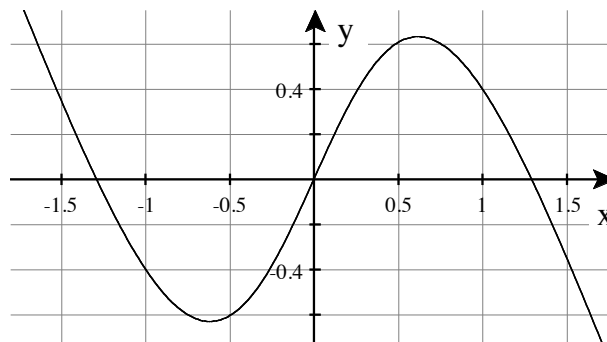
- son ensemble de définition est symétrique par rapport à l'origine,
- $f(-x) = -f(x)$  pour tout  $x$  dans  $E_D$ .

**Exemple:**

La fonction  $f$  définie par  $f(x) = \frac{-3x^3 + 5x}{2x^2 + 3}$  est impaire. En effet  $E_D = \mathbb{R}$  (donc symétrique) et

$$f(-x) = \frac{-3(-x)^3 + 5(-x)}{2(-x)^2 + 3} = \frac{3x^3 - 5x}{2x^2 + 3} = \frac{-(-3x^3 + 5x)}{2x^2 + 3} = -\frac{-3x^3 + 5x}{2x^2 + 3} = -f(x)$$

On peut constater que le graphe d'une fonction impaire est **symétrique par rapport à l'origine  $O$  du système  $Oxy$** .



**Exercice A1.1:**

En fonction de la parité des fonctions  $f$  suivantes, compléter le tableau suivant:

	fonction	$E_D$	paire	impaire	ni paire, ni impaire
a)	$f(x) = x^3 + 5x$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	$f(x) = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	$f(x) = \frac{2x}{x^2 + 3}$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
d)	$f(x) = \frac{x}{x^3 - 1}$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
e)	$f(x) = x^4 - 3x^2 + 5$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**Exercice A1.2:**

En fonction de la parité des fonctions  $f$  suivantes, compléter le tableau suivant:

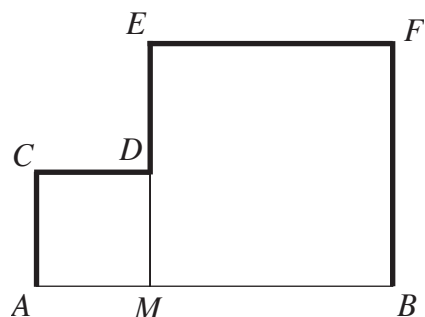
	fonction	$E_D$	paire	impaire	ni paire, ni impaire
a)	$f(x) = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2}$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
b)	$f(x) = \sqrt{x-1}$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
c)	$f(x) = \sqrt{x^2 - 1}$		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

**A.2 Les fonctions définies par morceaux**

**Exercice A1.3:**

On considère la situation suivante :

$[AB]$  est un segment de longueur 8 cm et  $M$  un point variable de ce segment. On a construit les carrés  $ACDM$  et  $MEFB$ .



On s'intéresse à la longueur de la ligne brisée  $ACDEFB$

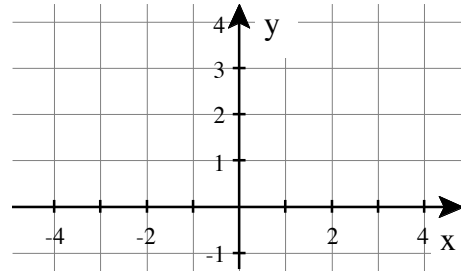
- 1) Choisir environ 8 positions du point  $M$  et calculer la longueur de  $ACDEFB$
- 2) En posant  $AM = x$ , Déterminer la longueur  $l(x)$  de la ligne brisée en fonction de  $x$
- 3) Pourquoi cette longueur ne correspond pas simplement à  $l(x) = 2x + (8 - 2x) + 2(8 - x)$
- 4) Représenter le graphique de cette fonction  $l$  en fonction de  $x$

**Fonction définie par morceaux**

$$f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{si } x < a \\ f_2(x) & \text{si } x \in [a; b] \\ \dots & \dots \end{cases}$$

Son graphe est formé de la réunion des graphes des fonctions définies sur les ensembles respectifs.

Exemple:  $f(x) = \begin{cases} -x+1 & \text{si } x \leq 0 \\ x^2 & \text{si } x \in ]0; 2[ \\ 1 & \text{si } x > 2 \end{cases}$



**Exercice A1.4 :**

Déterminer  $E_D$ , les zéros, la parité, le tableau de signes et une esquisse de graphe des fonctions  $f$  définies par :

1)  $f(x) = \begin{cases} -x & \text{si } x < -2 \\ 2 & \text{si } x \in [-2; 2] \\ x & \text{si } x > 2 \end{cases}$

2)  $f(x) = \begin{cases} x+4 & \text{si } x \leq 0 \\ -2x+4 & \text{si } x \in ]0; 3[ \\ x-2 & \text{si } x > 3 \end{cases}$

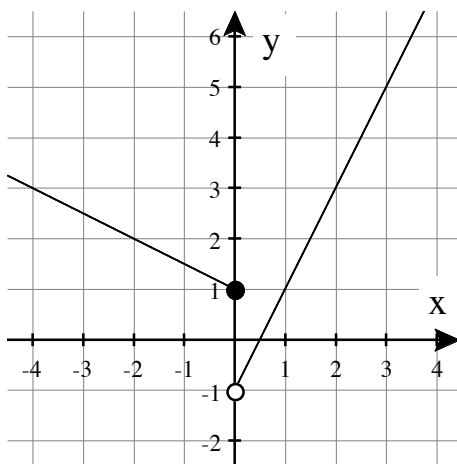
3)  $f(x) = \begin{cases} \frac{x+2}{x-4} & \text{si } x \leq 0 \\ -x+2 & \text{si } x \in ]0; 2[ \\ \frac{x-6}{x+2} & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$

4)  $f(x) = \frac{\sqrt{x^2}}{x}$

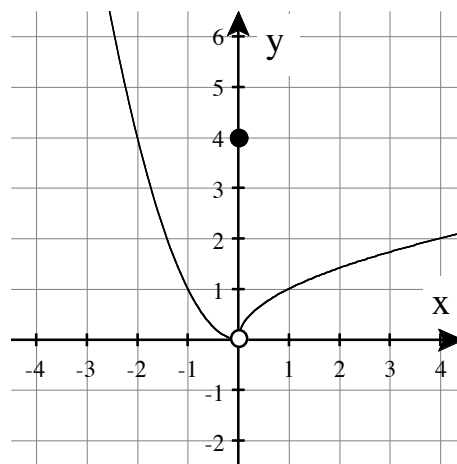
**Exercice A1.5 (début) :**

Déterminer les fonctions dont voici les représentations graphiques :

a)



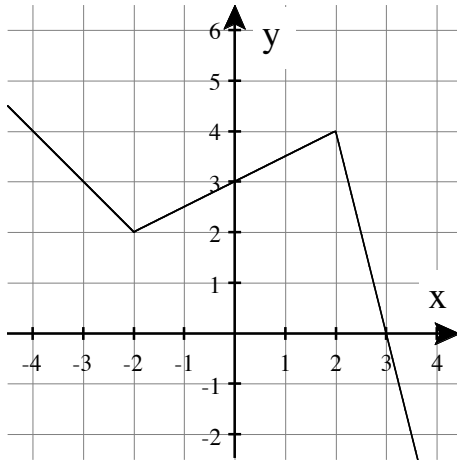
b)



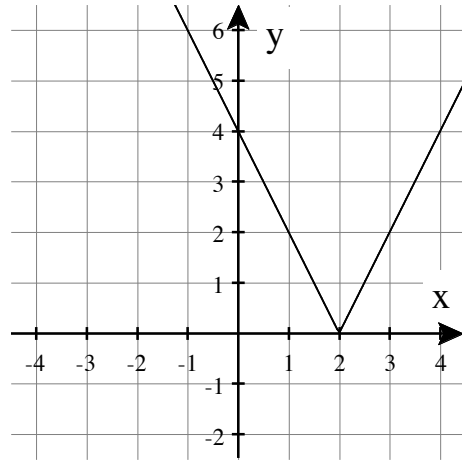
**Exercice A1.5 (fin) :**

Déterminer les fonctions dont voici les représentations graphiques :

c)



d)



**Définition:** la valeur absolue d'une fonction  $f$  est définie par :

$$|f(x)| = \begin{cases} -f(x) & \text{si } x \text{ est tel que } f(x) < 0 \\ f(x) & \text{si } x \text{ est tel que } f(x) \geq 0 \end{cases}$$

**Exercice A1.6 :**

1) Esquisser le graphe des fonctions  $f$ ,  $g$  et  $h$  définies par:

a)  $f(x) = |x + 4|$

b)  $g(x) = |-2x + 4| + 1$

c)  $h(x) = 2|x - 1| - 3|x + 2|$

2) Réécrire ces mêmes fonctions sous la forme :

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots & \text{si } x \leq \dots \\ \dots\dots\dots & \text{si } x > \dots \end{cases} \quad \text{b) } g(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots & \text{si } x \leq \dots \\ \dots\dots\dots & \text{si } x > \dots \end{cases} \quad \text{c) } h(x) = \begin{cases} \dots\dots\dots & \text{si } x \leq \dots \\ \dots\dots\dots & \text{si } x \in \dots \\ \dots\dots\dots & \text{si } x > \dots \end{cases}$$

**Exercice A1.7 :**

Exprimer les fonctions  $f$  et  $g$  sans valeur absolue:

1)  $f(x) = 3|2x - 4| - 1$

2)  $g(x) = -3|x + 2| + 5|x - 3|$