

Annexe du chapitre 3: Introduction à la notion de dérivée

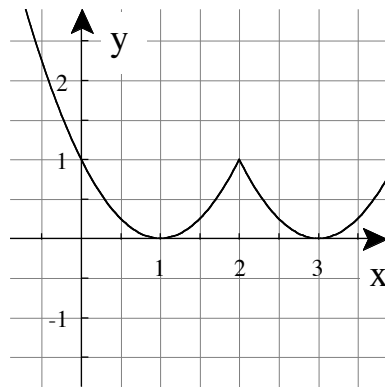
A.1 La dérivée à gauche et la dérivée à droite

Définition: Soit une fonction f définie à gauche (respectivement à droite) d'un point $x = a$

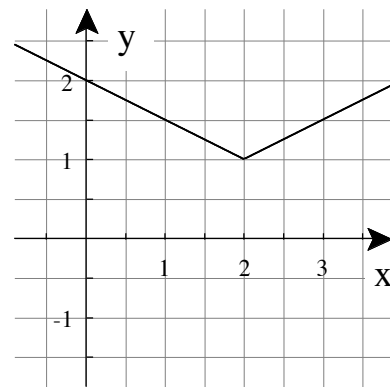
- La **dérivée à gauche** de la fonction f en $x = a$ sera $\lim_{x \rightarrow a^-} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- La **dérivée à droite** de la fonction f en $x = a$ sera $\lim_{x \rightarrow a^+} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$
- Cette fonction f sera dite **dérivable** en $x = a$ si et seulement si sa dérivée à droite et sa dérivée à gauche existent ($\neq \infty$) et sont égales.

Exercice A3.1:

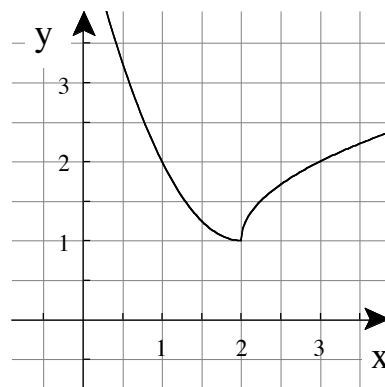
Déterminer approximativement les dérivées à gauche et à droite des fonctions suivantes au point d'abscisse $x = 2$



①



②



③

Exercice A3.2:

Les fonctions suivantes f sont-elles continues et dérivables ?

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 1 \\ 2x - 1 & \text{si } x > 1 \end{cases}$ b) $f(x) = |x|$

Exercice A3.3:

Déterminer l'équation de la tangente à $y = \sqrt{x}$ au point $O(0 ; 0)$

THEOREME : Si une fonction est dérivable en a , elle est continue en a .

Preuve :

Exercice A3.4: Parmi les affirmations suivantes, lesquelles sont justes ? (*justifier !!*)

- ① f est dérivable $\Rightarrow f$ est continue
- ② f est continue $\Rightarrow f$ est dérivable
- ③ f est dérivable $\Leftrightarrow f$ est continue

Exercice A3.5: Calculer la dérivée des fonctions f et g suivantes :

a) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$
 $x \mapsto |x|$

b) $g: \mathbb{R}^* \rightarrow \mathbb{R}_+$
 $x \mapsto |x|$