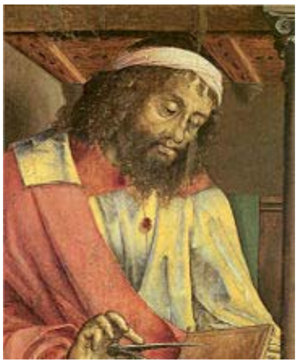
Chapitre 0 : Introduction à la géométrie analytique

§ 0.1 Préambule :

« Les 3 géométries » : La *géométrie euclidienne* porte sur l'étude de figures du plan (droites, cercles, triangles, etc.). Les théorèmes sont démontrés en procédant par déduction à partir de certains postulats.



Euclide
né vers -325, mort vers -265

La *géométrie vectorielle* porte sur l'étude des vecteurs (défini par une direction, un sens et une mesure). L'introduction de cet outil mathématique permet en particulier de contrôler l'alignement de points, le parallélisme ou la perpendicularité de droites, de déterminer les coordonnées de points particuliers, de distance entre deux points, de calculer des angles…

En *géométrie analytique*, les figures géométriques planes sont étudiées en introduisant des systèmes de coordonnées, puis en utilisant **des équations** et des formules.

En fait, il s'agit ici de réaliser le « rêve de Descartes », c'est-à-dire de remplacer les démonstrations basées sur des raisonnements géométriques par des calculs en utilisant les coordonnées cartésiennes. Descartes proposait dans ses ouvrages « Règles pour la direction de l'esprit » et « Discours de la méthode », la démarche suivante :

René Descartes
1596 - 1650

- *"Ramener" d'abord tout problème à un problème de mathématique.*
- *"Ramener" ensuite tout problème mathématique à un problème d'algèbre.*
- *"Ramener" enfin tout problème d'algèbre à la résolution d'équations.*

Nous étudierons (chapitre 1 à 3) du cas des droites, triangles, droites particulières du triangle et cercles **dans le plan**.
Le chapitre 4 (pour le niveau renforcé) nous permettra d'étudier les plans et les sphères dans l'espace.

Dans le plan, comme dans l'espace, Il s'agira avant tout de calculs de type algébrique.

L'outil de départ pour introduire les nouvelles notions de géométrie analytique est **obligatoirement** la géométrie vectorielle.

Ceci justifie ce chapitre 0. À l'aide de celui-ci, vous devrez au plus vite vous rafraîchir la mémoire sur les notions importantes de géométrie vectorielle.

Savoir faire en géométrie vectorielle $1M_{renf}$ (à compléter):

Questions	De mémoire	Dans le polycopié	n° des pages
• Comment est caractérisé un vecteur ?			
• Règle Chasles ?			
• Quelles différences entre composantes et coordonnées ?			
• Comment déterminer si deux vecteurs sont colinéaires ? (2 méthodes)			
• $A(2 ; 5)$; $B(3 ; 8)$ et $C(-2 ; -7)$ sont-ils alignés ?			

Questions	De mémoire	Dans le polycopié	n° des pages
• Comment déterminer le milieu du segment défini par $A(3 ; 6)$ et $B(-5 ; -4)$?			
• $A(2 ;3)$; $B(5 ; 2)$; $C(-1 ; -1)$ et $D(1 ; -2)$. $ABCD$ est-il un parallélogramme ?			
• $A(8 ; -3)$ et $B(5 ; 7)$. Que vaut $\left\Vert \overrightarrow{AB} \right\Vert$?			
• Les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 6 \\ 2 \end{pmatrix}$ sont-ils perpendiculaires ?			

Questions	De mémoire	Dans le polycopié	n° des pages
• Déterminer l'angle entre les deux vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$			
• Déterminer l'aire du parallélogramme construit sur les vecteurs $\vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 8 \end{pmatrix}$			
• Comment est défini le produit vectoriel de deux vecteurs ? Comment se souvenir de la formule ? $\vec{a} = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $\vec{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix}$			

Questions	De mémoire	Dans le polycopié	n° des pages
• Relation entre angle et produit vectoriel			
• Trois vecteurs de V_3 sont coplanaires si: $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{c}=\begin{pmatrix}1\\9\\-11\end{pmatrix}$			
• Comment calculer le volume d'un parallélépipède construit sur trois vecteurs ? $\vec{a}=\begin{pmatrix}2\\3\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{b}=\begin{pmatrix}1\\-1\\3\end{pmatrix}$ et $\vec{c}=\begin{pmatrix}1\\9\\-11\end{pmatrix}$			
•			
•			
•			

Questions	De mémoire	Dans le polycopié	n° des pages