

Problème 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les quatre points $A(1 ; 1)$, $B(-7 ; 7)$, $C(10 ; 13)$ et $D(-5 ; -7)$.

- 1.1 Montrer que le triangle ABC est rectangle. Calculer son aire.
- 1.2 Calculer les coordonnées du point E tel que le quadrilatère $ABEC$ soit un rectangle.
- 1.3 Montrer que les points A , C et D sont alignés et que les segments AB et AD sont de même longueur.
- 1.4 Calculer les coordonnées des points F et G tels que le quadrilatère $ACFG$ soit un carré ne contenant pas B .
- 1.5 Calculer les coordonnées du point M , milieu de BC . Déterminer l'équation cartésienne de la droite AM .
- 1.6 Soit K le point d'intersection des droites DG et AM . Calculer les coordonnées de K et montrer que AK est la hauteur du triangle DAG .
- 1.7 Faire une figure soignée contenant tous les éléments du problème.

Problème 2

Soit un triangle ABC de sommets $A(-7 ; -2)$, $B(-1 ; 10)$ et $C(11 ; -2)$ dans un repère orthonormé (*unité = 1 carré*).

1. Déterminer les coordonnées du centre de gravité G et celles de l'orthocentre H du triangle ABC .
2. Montrer que le point $K(2 ; 1)$ est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC .
3. Montrer que les points H , G et K sont alignés.

Problème 3

On donne deux droites d_1 et d_2 dont les équations sont respectivement $3x - y = 0$ et $x - 3y + 8 = 0$.

1. Représenter ces deux droites dans un repère orthonormé.
2. Calculer le point d'intersection I de ces deux droites.
3. On appelle b_1 la bissectrice de l'angle aigu entre les droites d_1 et d_2 , et b_2 celle de l'angle obtus. Calculer les équations de b_1 et b_2 .

On considère un losange $ABCD$ dont les diagonales sont portées par les droites b_1 et b_2 . La longueur du côté de ce losange mesure $2\sqrt{17}$ et l'un des sommets est $A(-2 ; 6)$.

4. Construire ce losange en expliquant clairement la méthode.
5. Calculer les coordonnées des autres sommets.

Problème 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les sommets d'un $\triangle ABC$:

$$A(7 ; 3) , B(-1 ; 7) , C(-2 ; 0)$$

On demande:

- les équations des médiatrices de AB et AC
- les coordonnées du centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle ABC
- l'équation de la hauteur issue de C
- les coordonnées de H , pied de la hauteur issue de C
- l'aire du triangle ABC
- les coordonnées du point D sur le cercle circonscrit tel que $ACBD$ soit un trapèze isocèle.

Problème 5

Dans un plan muni d'un repère orthonormé, on donne la droite d_1 d'équation $3x - y - 8 = 0$ et la droite d_2 d'équation $x - 3y = 0$.

- 5.1 Déterminer les coordonnées des sommets du losange $ABCD$ situé entièrement dans le premier quadrant et construit de la manière suivante :
 - A est le point d'intersection de d_1 et d_2 ;
 - le côté AD est sur d_1 et le côté AB est sur d_2 ;
 - la longueur du côté est $2\sqrt{10}$.
- 5.2 Calculer l'aire du losange $ABCD$.
- 5.3 On considère le cercle γ de rayon $\sqrt{10} - \sqrt{2}$ tangent aux droites d_1 et d_2 et intérieur au losange $ABCD$. Déterminer les coordonnées du centre K de γ .
- 5.4 Montrer que γ est aussi tangent à la diagonale BD .

Problème 6

On donne les trois points $A(0 ; 9)$, $B(8 ; 3)$ et $C(-4 ; -3)$.

- 6.1 Représenter ces trois points dans un repère orthonormé (*unité: 2 carrés*).
- 6.2 Déterminer une équation de la médiatrice du segment AB .
- 6.3 Calculer les coordonnées du point J de l'axe Oy équidistant de A et B .
- 6.4 Calculer les coordonnées du point K tel que le quadrilatère $AJBK$ soit un losange.
- 6.5 Calculer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle ABC
- 6.6 Calculer les coordonnées des points P et Q de l'axe Ox situés à la distance 5 de B .

Problème 7

Dans un système d'axes Oxy , on donne les points

$A(-12 ; 1)$, $B(-4 ; -17)$, $C(14 ; 1)$, $D(6 ; 7)$ et $M(375/31 ; 280/31)$.

Soit R le milieu de AB , S celui de BC , T celui de CD et U celui de DA .

- Représenter graphiquement les quadrilatères $ABCD$ et $RSTU$, ainsi que le point M .
[unité sur chaque axe: 1 carré.]
- Calculer les coordonnées des points R , S , T et U .
- Prouver que RT est perpendiculaire à SU .
- Montrer que le triangle RSU est isocèle et calculer ses angles.
- Établir l'équation des droites AD et ST et montrer que M est leur intersection.

Problème 8

On considère le quadrilatère $ABCD$, avec $A(-5 ; 1)$, $B(1 ; 9)$, $C(5 ; 6)$ et $D(1 ; -2)$.

⇒ *Strictement par calcul (mais un croquis n'est pas interdit !)* :

- donner la pente de la droite AB ;
- déterminer si $E(7 ; -5)$ est sur la droite AD ;
- donner une équation de la droite BC ;
- prouver que les angles en B et en D sont droits;
- déterminer si $ABCD$ est un rectangle; donner l'aire de ABK , où K est le point commun aux droites AD et BC .

Problème 9

Pour ce problème, faire une figure complète en prenant pour unité 4 carrés.

Soit ABC un Δ défini par $A(-2 ; -1)$, $B(4 ; -1)$, $C(2 ; 3)$ et $D(1 ; 0)$ un point du plan.

- Établir l'équation cartésienne de la droite AC ainsi que des hauteurs h_c issue de C et h_B issue de B . Calculer les coordonnées de l'orthocentre H du triangle ABC .
- Montrer que le point D est le centre du cercle circonscrit du triangle ABC et calculer le rayon de ce cercle.
- Calculer les coordonnées de G centre de gravité du triangle ABC , montrer que les points H , G et D sont alignés et vérifier que G est au tiers du segment DH à partir de D .
- Calculer la longueur des côtés, la mesure des angles intérieurs et l'aire du triangle ABC .

Problème 10

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points de coordonnées

$A(-8 ; -6)$ $B(-2 ; 6)$ $C(10 ; -2)$

- Calculer les coordonnées des projections respectives A' et B' de A et B sur la droite d d'équation:

$$(d) : x + y + 20 = 0$$

- Soit de plus : $C'(-4 ; -16)$ et :

a' la perpendiculaire à BC passant par A' ;
 b' la perpendiculaire à AC passant par B' ;
 c' la perpendiculaire à AB passant par C' ;

Montrer que les droites a' , b' et c' sont concourantes.

Problème 11

On donne une droite a par son équation (a): $3x - 2y + 5 = 0$

- Calculer les coordonnées du point $A(x ; y)$ de la droite a tel que $x = 1$
- Établir l'équation de la droite d passant par A et dont la pente vaut le double de celle de la droite a .
- Établir l'équation de la droite b parallèle à la droite a et passant par le point $C(2 ; 4)$.
- Calculer les coordonnées du point d'intersection B des droites b et d .
- Calculer les coordonnées du point D tel que $ABCD$ soit un parallélogramme.
- Établir l'équation de la droite p perpendiculaire à b et passant par D .
- Calculer les coordonnées du point d'intersection H des droites b et p .
- Calculer l'aire du parallélogramme $ABCD$.

Problème 12:

Calculer les coordonnées du centre et le rayon du cercle inscrit dans le triangle, dont les côtés ont pour équation :

$$(a) : 3x + 4y = 11, \quad (b) : x - 9 = 0, \quad (c) : -3x + 4y - 5 = 0.$$

Connaissez-vous le logiciel **GEOGEBRA** ?



Il peut vous permettre de "réaliser" ces exercices en trois coups de souris !!!

À télécharger de toute urgence : www.geogebra.org