

**Problème 1**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les quatre points  $A(1 ; 1)$ ,  $B(-7 ; 7)$ ,  $C(10 ; 13)$  et  $D(-5 ; -7)$ .

- 1.1 Montrer que le triangle  $ABC$  est rectangle. Calculer son aire.
- 1.2 Calculer les coordonnées du point  $E$  tel que le quadrilatère  $ABEC$  soit un rectangle.
- 1.3 Montrer que les points  $A$ ,  $C$  et  $D$  sont alignés et que les segments  $AB$  et  $AD$  sont de même longueur.
- 1.4 Calculer les coordonnées des points  $F$  et  $G$  tels que le quadrilatère  $ACFG$  soit un carré ne contenant pas  $B$ .
- 1.5 Calculer les coordonnées du point  $M$ , milieu de  $BC$ . Déterminer l'équation cartésienne de la droite  $AM$ .
- 1.6 Soit  $K$  le point d'intersection des droites  $DG$  et  $AM$ . Calculer les coordonnées de  $K$  et montrer que  $AK$  est la hauteur du triangle  $DAG$ .
- 1.7 Faire une figure soignée contenant tous les éléments du problème.

**Problème 2**

Soit un triangle  $ABC$  de sommets  $A(-7 ; -2)$ ,  $B(-1 ; 10)$  et  $C(11 ; -2)$  dans un repère orthonormé (*unité = 1 carré*).

1. Déterminer les coordonnées du centre de gravité  $G$  et celles de l'orthocentre  $H$  du triangle  $ABC$ .
2. Montrer que le point  $K(2 ; 1)$  est le centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$ .
3. Montrer que les points  $H$ ,  $G$  et  $K$  sont alignés.

**Problème 3**

On donne deux droites  $d_1$  et  $d_2$  dont les équations sont respectivement  $3x - y = 0$  et  $x - 3y + 8 = 0$ .

1. Représenter ces deux droites dans un repère orthonormé.
2. Calculer le point d'intersection  $I$  de ces deux droites.
3. On appelle  $b_1$  la bissectrice de l'angle aigu entre les droites  $d_1$  et  $d_2$ , et  $b_2$  celle de l'angle obtus. Calculer les équations de  $b_1$  et  $b_2$ .

On considère un losange  $ABCD$  dont les diagonales sont portées par les droites  $b_1$  et  $b_2$ . La longueur du côté de ce losange mesure  $2\sqrt{17}$  et l'un des sommets est  $A(-2 ; 6)$ .

4. Construire ce losange en expliquant clairement la méthode.
5. Calculer les coordonnées des autres sommets.

**Problème 4**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les sommets d'un  $\triangle ABC$ :

$$A(7 ; 3) , B(-1 ; 7) , C(-2 ; 0)$$

On demande:

- les équations des médiatrices de  $AB$  et  $AC$
- les coordonnées du centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle  $ABC$
- l'équation de la hauteur issue de  $C$
- les coordonnées de  $H$ , pied de la hauteur issue de  $C$
- l'aire du triangle  $ABC$
- les coordonnées du point  $D$  sur le cercle circonscrit tel que  $ACBD$  soit un trapèze isocèle.

**Problème 5**

Dans un plan muni d'un repère orthonormé, on donne la droite  $d_1$  d'équation  $3x - y - 8 = 0$  et la droite  $d_2$  d'équation  $x - 3y = 0$ .

- 5.1 Déterminer les coordonnées des sommets du losange  $ABCD$  situé entièrement dans le premier quadrant et construit de la manière suivante :
  - $A$  est le point d'intersection de  $d_1$  et  $d_2$  ;
  - le côté  $AD$  est sur  $d_1$  et le côté  $AB$  est sur  $d_2$  ;
  - la longueur du côté est  $2\sqrt{10}$ .
- 5.2 Calculer l'aire du losange  $ABCD$ .
- 5.3 On considère le cercle  $\gamma$  de rayon  $\sqrt{10} - \sqrt{2}$  tangent aux droites  $d_1$  et  $d_2$  et intérieur au losange  $ABCD$ . Déterminer les coordonnées du centre  $K$  de  $\gamma$ .
- 5.4 Montrer que  $\gamma$  est aussi tangent à la diagonale  $BD$ .

**Problème 6**

On donne les trois points  $A(0 ; 9)$ ,  $B(8 ; 3)$  et  $C(-4 ; -3)$ .

- 6.1 Représenter ces trois points dans un repère orthonormé (*unité: 2 carrés*).
- 6.2 Déterminer une équation de la médiatrice du segment  $AB$ .
- 6.3 Calculer les coordonnées du point  $J$  de l'axe  $Oy$  équidistant de  $A$  et  $B$ .
- 6.4 Calculer les coordonnées du point  $K$  tel que le quadrilatère  $AJBK$  soit un losange.
- 6.5 Calculer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle  $ABC$
- 6.6 Calculer les coordonnées des points  $P$  et  $Q$  de l'axe  $Ox$  situés à la distance 5 de  $B$ .

---

**Problème 7**

Dans un système d'axes  $Oxy$ , on donne les points

$A(-12 ; 1)$ ,  $B(-4 ; -17)$ ,  $C(14 ; 1)$ ,  $D(6 ; 7)$  et  $M(375/31 ; 280/31)$ .

Soit  $R$  le milieu de  $AB$ ,  $S$  celui de  $BC$ ,  $T$  celui de  $CD$  et  $U$  celui de  $DA$ .

- Représenter graphiquement les quadrilatères  $ABCD$  et  $RSTU$ , ainsi que le point  $M$ .  
[unité sur chaque axe: 1 carré.]
- Calculer les coordonnées des points  $R$ ,  $S$ ,  $T$  et  $U$ .
- Prouver que  $RT$  est perpendiculaire à  $SU$ .
- Montrer que le triangle  $RSU$  est isocèle et calculer ses angles.
- Établir l'équation des droites  $AD$  et  $ST$  et montrer que  $M$  est leur intersection.

---

**Problème 8**

On considère le quadrilatère  $ABCD$ , avec  $A(-5 ; 1)$ ,  $B(1 ; 9)$ ,  $C(5 ; 6)$  et  $D(1 ; -2)$ .

⇒ *Strictement par calcul (mais un croquis n'est pas interdit !)* :

- donner la pente de la droite  $AB$ ;
- déterminer si  $E(7 ; -5)$  est sur la droite  $AD$ ;
- donner une équation de la droite  $BC$ ;
- prouver que les angles en  $B$  et en  $D$  sont droits;
- déterminer si  $ABCD$  est un rectangle; donner l'aire de  $ABK$ , où  $K$  est le point commun aux droites  $AD$  et  $BC$ .

---

**Problème 9**

Pour ce problème, faire une figure complète en prenant pour unité 4 carrés.

Soit  $ABC$  un  $\Delta$  défini par  $A(-2 ; -1)$ ,  $B(4 ; -1)$ ,  $C(2 ; 3)$  et  $D(1 ; 0)$  un point du plan.

- Établir l'équation cartésienne de la droite  $AC$  ainsi que des hauteurs  $h_c$  issue de  $C$  et  $h_b$  issue de  $B$ . Calculer les coordonnées de l'orthocentre  $H$  du triangle  $ABC$ .
- Montrer que le point  $D$  est le centre du cercle circonscrit du triangle  $ABC$  et calculer le rayon de ce cercle.
- Calculer les coordonnées de  $G$  centre de gravité du triangle  $ABC$ , montrer que les points  $H$ ,  $G$  et  $D$  sont alignés et vérifier que  $G$  est au tiers du segment  $DH$  à partir de  $D$ .
- Calculer la longueur des côtés, la mesure des angles intérieurs et l'aire du triangle  $ABC$ .

---

**Problème 10**

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points de coordonnées

$A(-8 ; -6)$        $B(-2 ; 6)$        $C(10 ; -2)$

- Calculer les coordonnées des projections respectives  $A'$  et  $B'$  de  $A$  et  $B$  sur la droite  $d$  d'équation:

$$(d) : x + y + 20 = 0$$

- Soit de plus :  $C'(-4 ; -16)$  et :

$a'$  la perpendiculaire à  $BC$  passant par  $A'$  ;  
 $b'$  la perpendiculaire à  $AC$  passant par  $B'$  ;  
 $c'$  la perpendiculaire à  $AB$  passant par  $C'$  ;

Montrer que les droites  $a'$ ,  $b'$  et  $c'$  sont concourantes.

---

**Problème 11**

On donne une droite  $a$  par son équation (a):  $3x - 2y + 5 = 0$

- Calculer les coordonnées du point  $A(x ; y)$  de la droite  $a$  tel que  $x = 1$
- Établir l'équation de la droite  $d$  passant par  $A$  et dont la pente vaut le double de celle de la droite  $a$ .
- Établir l'équation de la droite  $b$  parallèle à la droite  $a$  et passant par le point  $C(2 ; 4)$ .
- Calculer les coordonnées du point d'intersection  $B$  des droites  $b$  et  $d$ .
- Calculer les coordonnées du point  $D$  tel que  $ABCD$  soit un parallélogramme.
- Établir l'équation de la droite  $p$  perpendiculaire à  $b$  et passant par  $D$ .
- Calculer les coordonnées du point d'intersection  $H$  des droites  $b$  et  $p$ .
- Calculer l'aire du parallélogramme  $ABCD$ .

---

**Problème 12:**

Calculer les coordonnées du centre et le rayon du cercle inscrit dans le triangle, dont les côtés ont pour équation :

$$(a) : 3x + 4y = 11, \quad (b) : x - 9 = 0, \quad (c) : -3x + 4y - 5 = 0.$$

---

Connaissez-vous le logiciel **GEOGEBRA** ?



Il peut vous permettre de "réaliser" ces exercices en trois coups de souris !!!

À télécharger de toute urgence : [www.geogebra.org](http://www.geogebra.org)