Training math. **3M math standard**

………………………

Problème 1

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les quatre points $A(1 ; 1)$, $B(-7 ; 7)$, $C(10 ; 13)$ et $D(-5 ; -7)$.

1.1 Montrer que le triangle *ABC* est rectangle. Calculer son aire.
1.2 Calculer les coordonnées du point *E* tel que le quadrilatère *ABEC* soit un rectangle.
1.3 Montrer que les points *A*, *C* et *D* sont alignés et que les segments *AB* et *AD* sont de même longueur.
1.4 Calculer les coordonnées des points *F* et *G* tels que le quadrilatère *ACFG* soit un carré ne contenant pas *B*.
1.5 Calculer les coordonnées du point *M*, milieu de *BC*. Déterminer l'équation cartésienne de la droite *AM*.
1.6 Soit *K* le point d'intersection des droites *DG* et *AM*. Calculer les coordonnées de *K* et montrer que *AK* est la hauteur du triangle *DAG*.
1.7 Faire une figure soignée contenant tous les éléments du problème.

………………………

Problème 2

Soit un triangle *ABC* de sommets $A(-7 ; -2)$, $B(-1 ; 10)$ et $C(11 ; -2)$ dans un repère orthonormé *(unité = 1 carré).*

1. Déterminer les coordonnées du centre de gravité *G* et celles de l'orthocentre *H* du triangle *ABC*.
2. Montrer que le point $K(2 ; 1)$ est le centre du cercle circonscrit au triangle *ABC*.
3. Montrer que les points *H*, *G* et *K* sont alignes.

………………………

Problème 3

On donne deux droites d_1 et d_2 dont les équations sont respectivement $3x - y = 0$ et $x - 3y + 8 = 0$.

1. Représenter ces deux droites dans un repère orthonormé.
2. Calculer le point d'intersection *I* de ces deux droites.
3. On appelle b_1 la bissectrice de l'angle aigu entre les droites d_1 et d_2, et b_2 celle de l'angle obtus. Calculer les équations de b_1 et b_2.

On considère un losange *ABCD* dont les diagonales sont portées par les droites b_1 et b_2. La longueur du côté de ce losange mesure $2\sqrt{17}$ et l'un des sommets est $A(-2 ; 6)$.

4. Construire ce losange en expliquant clairement la méthode.
5. Calculer les coordonnées des autres sommets.

………………………

Problème 4

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les sommets d'un Δ *ABC:*

$A(7 ; 3)$, $B(-1 ; 7)$, $C(-2 ; 0)$

On demande:

- les équations des médiatrices de *AB* et *AC*
- les coordonnées du centre et le rayon du cercle circonscrit au triangle *ABC*
- l'équation de la hauteur issue de *C*
- les coordonnées de *H*, pied de la hauteur issue de *C*
- l'aire du triangle *ABC*
- les coordonnées du point *D* sur le cercle circonscrit tel que *ACBD* soit un trapèze isocèle.

………………………

Problème 5

Dans un plan muni d'un repère orthonormé, on donne la droite d_1 d'équation $3x - y - 8 = 0$ et la droite d_2 d'équation $x - 3y = 0$.

5.1 Déterminer les coordonnées des sommets du losange *ABCD* situé entièrement dans le premier quadrant et construit de la manière suivante :
- *A* est le point d'intersection de d_1 et d_2 ;
- le côté *AD* est sur d_1 et le côté *AB* est sur d_2 ;
- la longueur du côté est $2\sqrt{10}$.

5.2 Calculer l'aire du losange *ABCD*.

5.3 On considère le cercle γ de rayon $\sqrt{10}-\sqrt{2}$ tangent aux droites d_1 et d_2 et intérieur au losange *ABCD*. Déterminer les coordonnées du centre *K* de γ.

5.4 Montrer que γ est aussi tangent à la diagonale *BD*.

………………………

Problème 6

On donne les trois points $A(0 ; 9)$, $B(8 ; 3)$ et $C(-4 ; -3)$.

6.1 Représenter ces trois points dans un repère orthonormé *(unité: 2 carrés).*

6.2 Déterminer une équation de la médiatrice du segment *AB*.

6.3 Calculer les coordonnées du point *J* de l'axe *Oy* équidistant de *A* et *B*.

6.4 Calculer les coordonnées du point *K* tel que le quadrilatère *AJBK* soit un losange.

6.5 Calculer les coordonnées du centre du cercle circonscrit au triangle *ABC*

6.6 Calculer les coordonnées des points *P* et *Q* de l'axe *Ox* situés à la distance 5 de *B*.

....

Problème 7

Dans un système d'axes *Oxy*, on donne les points

$A(-12 ; 1)$, $B(-4 ; -17)$, $C(14 ; 1)$, $D(6 ; 7)$ et $M(375/31 ; 280/31)$.

Soit *R* le milieu de *AB* , *S* celui de *BC*, *T* celui de *CD* et *U* celui de *DA*.

a) Représenter graphiquement les quadrilatères *ABCD* et *RSTU*, ainsi que le point *M*. [*unité sur chaque axe: 1 carré.*]

b) Calculer les coordonnées des points *R* , *S* , *T* et *U* .

c) Prouver que *RT* est perpendiculaire à *SU* .

d) Montrer que le triangle *RSU* est isocèle et calculer ses angles.

e) Établir l'équation des droites *AD* et *ST* et montrer que *M* est leur intersection.

....

Problème 8

On considère le quadrilatère *ABCD*, avec $A(-5 ; 1)$, $B(1 ; 9)$, $C(5 ; 6)$ et $D(1 ; -2)$.

⇒ *Strictement par calcul (mais un croquis n'est pas interdit !) :*

a) donner la pente de la droite *AB*;

b) déterminer si $E(7 ; -5)$ est sur la droite *AD*;

c) donner une équation de la droite *BC*;

d) prouver que les angles en *B* et en *D* sont droits;

e) déterminer si *ABCD* est un rectangle; donner l'aire de *ABK*, où *K* est le point commun aux droites *AD* et *BC*.

....

Problème 9

Pour ce problème, faire une figure complète en prenant pour unité 4 carrés.

Soit *ABC* un Δ défini par $A(-2 ; -1)$, $B(4 ; -1)$, $C(2 ; 3)$ et $D(1 ; 0)$ un point du plan.

1. Établir l'équation cartésienne de la droite *AC* ainsi que des hauteurs h_c issue de *C* et h_B issue de *B*. Calculer les coordonnées de l'orthocentre *H* du triangle *ABC*.

2. Montrer que le point *D* est le centre du cercle circonscrit du triangle *ABC* et calculer le rayon de ce cercle.

3. Calculer les coordonnées de *G* centre de gravité du triangle *ABC*, montrer que les points *H*, *G* et *D* sont alignés et vérifier que *G* est au tiers du segment *DH* à partir de *D*.

4. Calculer la longueur des côtés, la mesure des angles intérieurs et l'aire du triangle *ABC*.

....

Problème 10

Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on donne les points de coordonnées

$A(-8 ; -6)$ $\quad$ $B(-2 ; 6)$ $\quad$ $C(10 ; -2)$

a) Calculer les coordonnées des projections respectives *A*' et *B*' de *A* et *B* sur la droite *d* d'équation:

$$(d) : x + y + 20 = 0$$

b) Soit de plus : $C'(-4 ; -16)$ et :

a' la perpendiculaire à *BC* passant par *A*' ;
b' la perpendiculaire à *AC* passant par *B*' ;
c' la perpendiculaire à *AB* passant par *C*' ;

Montrer que les droites *a*', *b*' et *c*' sont concourantes.

....

Problème 11

On donne une droite *a* par son équation (a): $3x - 2y + 5 = 0$

11.1 Calculer les coordonnées du point $A(x ; y)$ de la droite *a* tel que $x = 1$

11.2 Établir l'équation de la droite *d* passant par *A* et dont la pente vaut le double de celle de la droite *a*.

11.3 Établir l'équation de la droite *b* parallèle à la droite *a* et passant par le point $C(2 ; 4)$.

11.4 Calculer les coordonnées du point d'intersection *B* des droites *b* et *d*.

11.5 Calculer les coordonnées du point *D* tel que *ABCD* soit un parallélogramme.

11.6 Établir l'équation de la droite *p* perpendiculaire à *b* et passant par *D*.

11.7 Calculer les coordonnées du point d'intersection *H* des droites *b* et *p*.

11.8 Calculer l'aire du parallélogramme *ABCD*.

....

Problème 12:

Calculer les coordonnées du centre et le rayon du cercle inscrit dans le triangle, dont les côtés ont pour équation :

$$(a) : 3x + 4y = 11 , \quad (b) : x - 9 = 0 , \quad (c) : -3x + 4y - 5 = 0.$$

Connaissez-vous le logiciel **GEOGEBRA** ?

Il peut vous permettre de "réaliser" ces exercices en trois coups de souris !!!

À télécharger de toute urgence : www.geogebra.org