

# Chapitre 4: Solutions des exercices

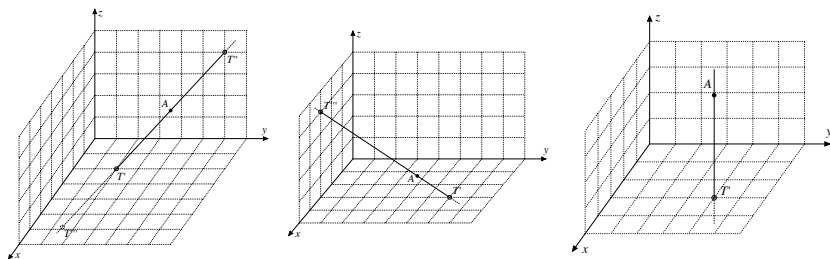
**Exercice 4.1:** a)  $\begin{cases} x = -k + 2 \\ y = 4k \\ z = 2k + 3 \end{cases}$       b)  $\begin{cases} x = 2k + 2 \\ y = 3k \\ z = 5k + 3 \end{cases}$       c)  $\begin{cases} x = 2 \\ y = k \\ z = 3 \end{cases}$

**Exercice 4.2:** a) Non      b)  $Q(\frac{\lambda-1}{2}; -2\lambda + 14; \lambda)$

**Exercice 4.3:** a) horizontale (parallèle au plan  $Oxy$ )      b) de profil (parallèle au plan  $Oxz$ )  
c) frontale (parallèle au plan  $Oyz$ )      d) horizontale (parallèle au plan  $Oxy$ )

**Exercice 4.4:** a)  $k = -2, n = 3$  et  $I(3; 1; -1)$       b)  $I(-5; 4; 1)$   
c) ces droites ne se coupent pas

**Exercice 4.5:** a)  $T'(2; 2; 0)$        $T''(0; 6; 4)$        $T'''(3; 0; -2)$   
b)  $T'(3; 6; 0)$       Pas de  $T''$        $T'''(3; 0; 4)$   
c)  $T'(3; 4; 0)$       Pas de  $T''$       Pas de  $T'''$



**Exercice 4.6:** a)  $T'(3; 4; 0)$        $T''(0; 6; -1)$        $T'''(9; 0; 2)$

**Exercice 4.7:** a)  $\frac{x-4}{-3} = \frac{y}{6} = \frac{z-8}{-5}$       b)  $\frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-2} = z-1$

c)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$  donc par exple  $\frac{x+1}{2} = y-6 = \frac{z-3}{-2}$

d)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$  donc par exple  $x = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-8}{-5}$

**Exercice 4.8:**  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.9:** pas de corrigé

**Exercice 4.10:** a) sécantes en  $(5; 2; -3)$       b) strictement parallèles  
c) gauches      d) confondues

**Exercice 4.11:** strictement parallèles si  $m = 3$ , sécantes si  $m = -5/3$ , gauche sinon.

**Exercice 4.12:** a)  $3k - n = 1$

b) il s'agit de la droite d'équation:  $\begin{cases} x = 3/2 - 2k \\ y = 3/2 - 2k \\ z = 3k \end{cases}$

**Exercice 4.13:** a)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix} + n \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

b)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + n \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$ . Aviez-vous vu que  $\vec{v}$  et  $\vec{w}$  colin ?

**Exercice 4.14:** a) oui      b) non      c) oui

**Exercice 4.15:** pas de corrigé

**Exercice 4.16:** a)  $\vec{AM}$  est une combinaison linéaire de  $\vec{AB}$  et  $\vec{AC}$   
b) donc  $\det(\vec{AM}, \vec{AB}, \vec{AC}) = 0$  donc  $\alpha : 6x - 3y + 9z = 6$

**Exercice 4.17:**  $\frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y + \frac{1}{c}z - 1 = 0$

**Exercice 4.18:** a)  $12x + 3y + z - 36 = 0$       b)  $x + 2y + z - 13 = 0$

**Exercice 4.19:**  $(\alpha) : 5x + 4y + 7z - 35 = 0$

**Exercice 4.20:**  $(\alpha) : x + 2y - 3 = 0$  et  $(\beta) : 12x + 3y - 7z = 8$

**Exercice 4.21:** a)  $(\alpha) : 3x - 5y - 4z - 19 = 0$       b)  $(\alpha) : x - 2y - 3z - 4 = 0$

**Exercice 4.22:** a)  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 17 \end{pmatrix}$       b)  $\vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.23:** a)  $y - 6 = 0$       b)  $2x - y - 2z + 54 = 0$       c)  $2x - 3y - 3z = 0$

**Exercice 4.24:** On constatera que les 2 plans sont respectivement :

$2x + 3z - 5 = 0$  et  $2x + 3z - 3 = 0$

**Exercice 4.25:** a)  $2x - 5y + z = 0$       b)  $2x - 5y + z - 13 = 0$

**Exercice 4.26:** a) sécants                      b) strictement parallèles                      c) confondus  
 d) strictement parallèles                      e) sécants                      f) confondus

**Exercice 4.27:** a) strictement parallèles                      b) coupe en  $I(3 ; 1 ; 3)$   
 c) incluse                      d) coupe en  $I(2 ; 14 ; 7)$

**Exercice 4.28:** a)  $(-15/13 ; 34/13 ; -45/13)$                       pour info :  $(ABC) : x + 2y - 2z - 11 = 0$

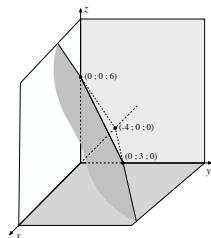
**Exercice 4.29:**  $d \cap \alpha = \emptyset \Leftrightarrow m = -3$

**Exercice 4.30:** a)  $(1 ; 1 ; 2)$                       b)  $(13/5 ; 7/2 ; 6/5)$

**Exercice 4.31:** a) Les traces sont :

- dans le plan  $Oxy$  :  $\begin{cases} 3x - 4y + 12 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$
- dans le plan  $Oxz$  :  $\begin{cases} 3x - 2z + 12 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$
- dans le plan  $Oyz$  :  $\begin{cases} 2y + z - 6 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$

b)  $(-4 ; 0 ; 0) ; (0 ; 3 ; 0)$  et  $(0 ; 0 ; 6)$



**Exercice 4.32:**  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.33:** a)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 11 \end{pmatrix}$                       b)  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.34:**  $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.35:** a)  $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + m \\ z = 2 - m \end{cases}$                       b)  $A(0 ; 3/2 ; -1/2)$  et  $B(0 ; 1 ; 0)$

**Exercice 4.36:**  $A(0 ; 2 ; -1) ; D(-3 ; -1 ; 8) ; E(5 ; 4 ; 4)$   
 $F(9 ; 5 ; 2) ; G(6 ; 2 ; 11) ; H(2 ; 1 ; 13)$

**Exercice 4.37:** b) par les propriétés du produit scalaire :

$$\vec{u} \cdot (a\vec{v} + b\vec{w}) = \vec{u} \cdot a\vec{v} + \vec{u} \cdot b\vec{w} = a \cdot (\vec{u} \cdot \vec{v}) + b \cdot (\vec{u} \cdot \vec{w}) = a \cdot (0) + b \cdot (0) = 0$$

**Exercice 4.38:** par exemple  $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$  et  $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$  plan :  $2x - y + 3z = 0$

**Exercice 4.39:** a)  $A \in \alpha \cap$  axe  $Ox$                       b)  $B(0 ; -d/b ; 0)$  et  $C(0 ; 0 ; -d/c)$   
 c)  $\vec{n}$  est normal au plan formé par les points  $A, B$  et  $C$

**Exercice 4.40:**  $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-2} = z-5$

**Exercice 4.41:** a) et b)  $\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.42:**  $(\alpha) : -2x - 3y + 3z - 2 = 0$

**Exercice 4.43:**  $(\alpha) : x - z = 0$

**Exercice 4.44:**  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.45:** a)  $Q(1 ; 2 ; 4)$                       b)  $\delta(P,d) = 7$                       c)  $P'(-1 ; -1 ; -2)$

**Exercice 4.46:** pas de corrigé

**Exercice 4.47:** a)  $A(2 ; -3 ; 2), B(3 ; -1 ; 4), \delta = 3$                       b)  $A(1 ; 0 ; 2), B(3/2 ; 0 ; 3/2), \delta = \sqrt{2}/2$

**Exercice 4.48:** pas de corrigé

**Exercice 4.49:** pas de corrigé, on retrouve ces 2 formules de calcul d'angle en page ... de votre formulaire.

**Exercice 4.50:**  $Q(5 ; 5 ; 5)$

**Exercice 4.51:**  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.52:**  $M(-1 ; 2 ; -1)$                       (pour info:  $P(2 ; -1 ; 3)$  et  $Q'(-11 ; -4 ; -1)$ )

**Exercice 4.53:** pas de corrigé

**Exercice 4.54:**  $(\alpha) : 9x + 2y - 6z - 66 = 0$  et  $(\alpha') : 9x + 2y - 6z + 66 = 0$

**Exercice 4.55:** a) 1,8856                      b) Aire  $\Delta = \frac{\|\vec{BC} \times \vec{BD}\|}{2}$  (cf. formulaire page ...)  
 c) 28                      d) Volume =  $\frac{1}{6} |\det(\vec{AB}; \vec{AC}; \vec{AD})|$  (cf. formulaire page ...)

**Exercice 4.56:** Exercice bonus

**Exercice 4.57:**  $52,66^\circ$

**Exercice 4.58:** 36,59°

**Exercice 4.59:** a) 11                    b) 154/3                    c) 88,74°                    d) 65,13°

**Exercice 4.60:** a)  $A(9/2 ; 13/2 ; 15/2)$  Indication : utiliser le plan perpendiculaire à BC passant par M milieu de BC.  
Que peut-on affirmer au sujet de tous les pts contenus dans ce plan ?

**Exercice 4.61:**  $M(-11/9 ; 85/27 ; -41/27)$

**Exercice 4.62:** a)  $x - 3y + 4z + 2 = 0$  et  $3x + y = 0$   
b)  $4x + 5y + 2z + 31 = 0$  et  $5x - 2y - 5z + 44 = 0$

**Exercice 4.63:** (1 ; 2 ; 4) et (-11 ; 0 ; -1)

**Exercice 4.64:**  $P(2 ; 3 ; -1)$ ,  $(b_1): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$  et  $(b_2): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.65:**  $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

**Exercice 4.66:** a)  $x^2 + y^2 + z^2 - 14 = 0$                     b)  $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z - 24 = 0$   
c)  $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 2z - 42 = 0$

**Exercice 4.67:** a) Oui,  $C(-3 ; 5 ; 2)$  et  $r = 4$                     b) Non  
c) Oui,  $C(1/2 ; -2 ; -1/2)$  et  $r = 4\sqrt{3}$

**Exercice 4.68:**  $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 45$

**Exercice 4.69:**  $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 49/2$

**Exercice 4.70:** Oui

**Exercice 4.71:** a)  $\delta(\text{centre ; plan}) < \text{rayon}$                     b)  $C(-1 ; 2 ; 3)$  et  $r = 8$

**Exercice 4.72:** b)  $10x - 11y + 2z - 34 = 0$

**Exercice 4.73:** Un corrigé sera vu à votre demande

**Exercice 4.74:**  $(\alpha') : 12x + 4y + 3z - 209 = 0$                      $(\alpha'') : 12x + 4y + 3z + 129 = 0$

**Exercice 4.75:** a)  $\|\overline{C_1 C_2}\| = r_1 - r_2$                     b)  $2x + 6y - 3z - 63 = 0$

**Exercice 4.76:** Il s'agit du cercle de centre  $C(3 ; 1 ; 2)$  et de rayon  $r = \sqrt{61}$  situé dans le plan perpendiculaire à la droite reliant les centres des sphères et passant par le point C.

**Exercice 4.77:**  $I_1(1 ; 2 ; -2)$  et  $I_2(3 ; 0 ; -1)$

**Exercice 4.78:** c)  $\begin{cases} x = -2k \\ y = 2k \\ z = 3k \end{cases}$