

Chapitre 4: Solutions des exercices

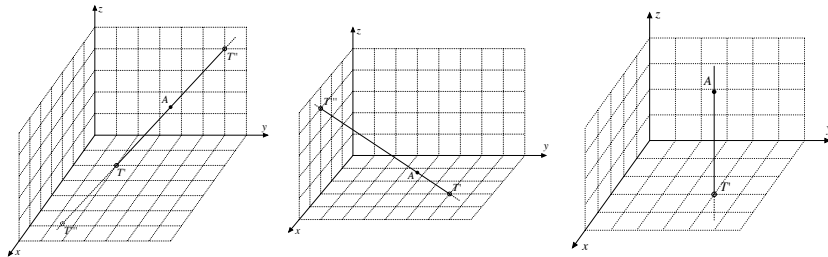
Exercice 4.1: a) $\begin{cases} x = -k + 2 \\ y = 4k \\ z = 2k + 3 \end{cases}$ b) $\begin{cases} x = 2k + 2 \\ y = 3k \\ z = 5k + 3 \end{cases}$ c) $\begin{cases} x = 2 \\ y = k \\ z = 3 \end{cases}$

Exercice 4.2: a) Non b) $Q\left(\frac{\lambda-1}{2}; -2\lambda + 14; \lambda\right)$

Exercice 4.3: a) horizontale (parallèle au plan Oxy) b) de profil (parallèle au plan Oxz)
c) frontale (parallèle au plan Oyz) d) horizontale (parallèle au plan Oxy)

Exercice 4.4: a) $k = -2, n = 3$ et $I(3; 1; -1)$ b) $I(-5; 4; 3)$
c) ces droites ne se coupent pas

Exercice 4.5: a) $T'(2; 2; 0)$ $T''(0; 6; 4)$ $T'''(3; 0; -2)$
b) $T'(3; 6; 0)$ Pas de T'' $T'''(3; 0; 4)$
c) $T'(3; 4; 0)$ Pas de T'' Pas de T'''



Exercice 4.6: a) $T'(3; 4; 0)$ $T''(0; 6; -1)$ $T'''(9; 0; 2)$

Exercice 4.7: a) $\frac{x-4}{-3} = \frac{y}{6} = \frac{z-8}{-5}$ b) $\frac{x-3}{2} = \frac{y-5}{-2} = z-1$

c) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ 3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ donc par exple $\frac{x+1}{2} = y-6 = \frac{z-3}{-2}$

d) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 6 \\ 8 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ -5 \end{pmatrix}$ donc par exple $x = \frac{y-6}{-4} = \frac{z-8}{-5}$

Exercice 4.8: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 2 \end{pmatrix}$

Exercice 4.9: pas de corrigé

Exercice 4.10: a) sécantes en $(5; 2; -3)$ b) strictement parallèles
c) gauches d) confondues

Exercice 4.11: strictement parallèles si $m = 3$, sécantes si $m = -5/3$, gauche sinon.

Exercice 4.12: a) $3k - n = 1$

b) il s'agit de la droite d'équation: $\begin{cases} x = 3/2 - 2k \\ y = 3/2 - 2k \\ z = 3k \end{cases}$

Exercice 4.13: a) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 5 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ -5 \end{pmatrix} + n \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$
b) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix} + n \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -3 \end{pmatrix}$. Aviez-vous vu que \vec{v} et \vec{w} colin ?

Exercice 4.14: a) oui b) non c) oui

Exercice 4.15: pas de corrigé

Exercice 4.16: a) \vec{AM} est une combinaison linéaire de \vec{AB} et \vec{AC}
b) donc $\det(\vec{AM}, \vec{AB}, \vec{AC}) = 0$ donc $(\alpha) : 6x - 3y + 9z = 6$

Exercice 4.17: a) $12x + 3y + z - 36 = 0$ b) $x + 2y + z - 13 = 0$

Exercice 4.18: $\frac{1}{a}x + \frac{1}{b}y + \frac{1}{c}z - 1 = 0$

Exercice 4.19: $(\alpha) : 5x + 4y + 7z - 35 = 0$

Exercice 4.20: $(\alpha) : x + 2y - 3 = 0$ et $(\beta) : 12x + 3y - 7z = 8$

Exercice 4.21: a) $(\alpha) : 3x - 5y - 4z - 19 = 0$ b) $(\alpha) : x - 2y - 3z - 4 = 0$

Exercice 4.22: a) $\vec{n} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 17 \end{pmatrix}$ b) $\vec{n} = \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4.23: a) $y - 6 = 0$ b) $2x - y - 2z + 54 = 0$ c) $2x - 3y - 3z = 0$

Exercice 4.24: On constatera que les 2 plans sont respectivement :
 $2x + 3z - 5 = 0$ et $2x + 3z - 3 = 0$

Exercice 4.25: a) $2x - 5y + z = 0$ b) $2x - 5y + z - 13 = 0$

Exercice 4.26: a) sécants b) strictement parallèles c) confondus
 d) strictement parallèles e) sécants f) confondus

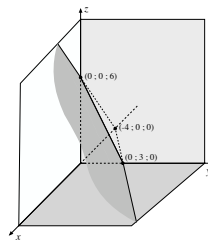
Exercice 4.27: a) strictement parallèles. *Que pouvez-vous affirmer au sujet de $\vec{v}_d \cdot \vec{n}$?*
 b) coupe en $I(3 ; 1 ; 3)$ c) incluse d) coupe en $J(2 ; 14 ; 7)$

Exercice 4.28: a) $(-15/13 ; 34/13 ; -45/13)$ pour info : $(ABC) : x + 2y - 2z - 11 = 0$

Exercice 4.29: $d \cap \alpha = \emptyset \Leftrightarrow m = -3$

Exercice 4.30: a) $(1 ; 1 ; 2)$ b) $(13/5 ; 7/2 ; 6/5)$

Exercice 4.31: a) Les traces sont :
 • dans le plan Oxy : $\begin{cases} 3x - 4y + 12 = 0 \\ z = 0 \end{cases}$
 • dans le plan Oxz : $\begin{cases} 3x - 2z + 12 = 0 \\ y = 0 \end{cases}$
 • dans le plan Oyz : $\begin{cases} 2y + z - 6 = 0 \\ x = 0 \end{cases}$
 b) $(-4 ; 0 ; 0)$; $(0 ; 3 ; 0)$ et $(0 ; 0 ; 6)$



Exercice 4.32: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4.33: a) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -7 \\ 5 \\ 11 \end{pmatrix}$ b) $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4.34: $\vec{d} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 7 \end{pmatrix}$

Exercice 4.35: a) $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + m \\ z = 2 - m \end{cases}$ b) $A(0 ; 3/2 ; -1/2)$ et $B(0 ; 1 ; 0)$

Exercice 4.36: $A(0 ; 2 ; -1)$; $D(-3 ; -1 ; 8)$; $E(5 ; 4 ; 4)$
 $F(9 ; 5 ; 2)$; $G(6 ; 2 ; 11)$; $H(2 ; 1 ; 13)$

Exercice 4.37: b) par les propriétés du produit scalaire :
 $\vec{u} \cdot (a\vec{v} + b\vec{w}) = \vec{u} \cdot a\vec{v} + \vec{u} \cdot b\vec{w} = a \cdot (\vec{u} \cdot \vec{v}) + b \cdot (\vec{u} \cdot \vec{w}) = a \cdot (0) + b \cdot (0) = 0$

Exercice 4.38: par exemple $\vec{v} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}$ et $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix} \Rightarrow$ plan : $2x - y + 3z = 0$

Exercice 4.39: a) $A \in \alpha \cap$ axe Ox b) $B(0 ; -d/b ; 0)$ et $C(0 ; 0 ; -d/c)$
 c) \vec{n} est normal au plan formé par les points A, B et C

Exercice 4.40: $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{-2} = z-5$

Exercice 4.41: a) et b) $\vec{n} = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}$

Exercice 4.42: $(\alpha) : -2x - 3y + 3z - 2 = 0$

Exercice 4.43: $(\alpha) : x - z = 0$

Exercice 4.44: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 4 \end{pmatrix} + m \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ -3 \end{pmatrix}$

Exercice 4.45: a) $Q(1 ; 2 ; 4)$ b) $\delta(P,d) = 7$ c) $P(-1 ; -1 ; -2)$

Exercice 4.46: pas de corrigé

Exercice 4.47: a) $A(2 ; -3 ; 2), B(3 ; -1 ; 4), \delta = 3$ b) $A(1 ; 0 ; 2), B(3/2 ; 0 ; 3/2), \delta = \sqrt{2}/2$

Exercice 4.48: pas de corrigé

Exercice 4.49: pas de corrigé, on retrouve ces 2 formules de calcul d'angle en page ... de votre formulaire.

Exercice 4.50: $Q(5 ; 5 ; 5)$

Exercice 4.51: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 4 \end{pmatrix}$

Exercice 4.52: $M(-1 ; 2 ; -1)$ (pour info: $P(2 ; -1 ; 3)$ et $Q(-11 ; -4 ; -1)$)

Exercice 4.53: pas de corrigé

Exercice 4.54: $(\alpha) : 9x + 2y - 6z - 66 = 0$ et $(\alpha') : 9x + 2y - 6z + 66 = 0$

Exercice 4.55: a) 1,8856 b) Aire $\Delta = \frac{\|\vec{BC} \times \vec{BD}\|}{2}$ (cf. formulaire page ...)
 c) 28 d) Volume = $\frac{1}{6} |\det(\vec{AB}; \vec{AC}; \vec{AD})|$ (cf. formulaire page ...)

Exercice 4.56: Exercice bonus

Exercice 4.57: $52,66^\circ$

Exercice 4.58: 36,59°

Exercice 4.59: a) 11 b) 154/3 c) 88,74° d) 65,13°

Exercice 4.60: a) $A(9/2 ; 13/2 ; 15/2)$ Indication : utiliser le plan perpendiculaire à BC passant par M milieu de BC.
Que peut-on affirmer au sujet de tous les pts contenus dans ce plan ?

Exercice 4.61: $M(-11/9 ; 85/27 ; -41/27)$

Exercice 4.62: a) $x - 3y + 4z + 2 = 0$ et $3x + y = 0$
b) $4x + 5y + 2z + 31 = 0$ et $5x - 2y - 5z + 44 = 0$

Exercice 4.63: (1 ; 2 ; 4) et (-11 ; 0 ; -1)

Exercice 4.64: $P(2 ; 3 ; -1)$, $(b_1): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}$ et $(b_2): \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}$

Exercice 4.65: $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$

Exercice 4.66: a) $x^2 + y^2 + z^2 - 14 = 0$ b) $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 8z - 24 = 0$
c) $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 4y + 2z - 42 = 0$

Exercice 4.67: a) Oui, $C(-3 ; 5 ; 2)$ et $r = 4$ b) Non
c) Oui, $C(1/2 ; -2 ; -1/2)$ et $r = 4\sqrt{3}$

Exercice 4.68: $(x - 4)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 45$

Exercice 4.69: $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 4)^2 = 49/2$

Exercice 4.70: Oui

Exercice 4.71: a) $\delta(\text{centre ; plan}) < \text{rayon}$ b) $C(-1 ; 2 ; 3)$ et $r = 8$

Exercice 4.72: b) $10x - 11y + 2z - 34 = 0$

Exercice 4.73: Un corrigé sera vu à votre demande

Exercice 4.74: $(\alpha') : 12x + 4y + 3z - 209 = 0$ $(\alpha'') : 12x + 4y + 3z + 129 = 0$

Exercice 4.75: a) $\|\overline{C_1 C_2}\| = r_1 - r_2$ b) $2x + 6y - 3z - 63 = 0$

Exercice 4.76: Il s'agit du cercle de centre $C(3 ; 1 ; 2)$ et de rayon $r = \sqrt{61}$ situé dans le plan perpendiculaire à la droite reliant les centres des sphères et passant par le point C.

Exercice 4.77: $I_1(1 ; 2 ; -2)$ et $I_2(3 ; 0 ; -1)$

Exercice 4.78: c) $\begin{cases} x = -2k \\ y = 2k \\ z = 3k \end{cases}$